

MATEMATYKA STOSOWANA

Wstęp. Tensory.

prof. M. Kuczma

BDMK

Kontakt:

Kontakt:

- **Email:** mieczyslaw.kuczma@put.poznan.pl

Kontakt:

- **Email:** `mieczyslaw.kuczma@put.poznan.pl`
- **Strona internetowa:**
`http://mieczyslaw.kuczma.pracownik.put.poznan.pl`

Kontakt:

- **Email:** `mieczyslaw.kuczma@put.poznan.pl`
- **Strona internetowa:**
`http://mieczyslaw.kuczma.pracownik.put.poznan.pl`
- **Starosta roku, starości grup: ???**

Kontakt:

- **Email:** `mieczyslaw.kuczma@put.poznan.pl`
- **Strona internetowa:**
`http://mieczyslaw.kuczma.pracownik.put.poznan.pl`
- **Starosta roku, starości grup: ???**

Konsultacje:

Kontakt:

- **Email:** `mieczyslaw.kuczma@put.poznan.pl`
- **Strona internetowa:**
`http://mieczyslaw.kuczma.pracownik.put.poznan.pl`
- **Starosta roku, starości grup: ???**

Konsultacje:

- **pon. 16:45-17:30 & środa 11:00-11:45 pok. 304BL**

Kontakt:

- **Email:** mieczyslaw.kuczma@put.poznan.pl
- **Strona internetowa:**
<http://mieczyslaw.kuczma.pracownik.put.poznan.pl>
- **Starosta roku, starości grup: ???**

Konsultacje:

- **pon. 16:45-17:30 & środa 11:00-11:45 pok. 304BL**

Warunki zaliczenia:

Kontakt:

- **Email:** mieczyslaw.kuczma@put.poznan.pl
- **Strona internetowa:**
<http://mieczyslaw.kuczma.pracownik.put.poznan.pl>
- **Starosta roku, starości grup:** ???

Konsultacje:

- **pon. 16:45-17:30 & środa 11:00-11:45 pok. 304BL**

Warunki zaliczenia:

- **Kolokwium 03 czerwca br. (poniedz.) godz. 11:45 - 13:15 (215BL); poprawka we wrześniu.**

Kontakt:

- **Email:** mieczyslaw.kuczma@put.poznan.pl
- **Strona internetowa:**
<http://mieczyslaw.kuczma.pracownik.put.poznan.pl>
- **Starosta roku, starości grup:** ???

Konsultacje:

- **pon. 16:45-17:30 & środa 11:00-11:45 pok. 304BL**

Warunki zaliczenia:

- **Kolokwium 03 czerwca br. (poniedz.) godz. 11:45 - 13:15** (215BL); **poprawka** we wrześniu.
- **Uczestnictwo w wykładzie:** podwyższenie oceny o jeden stopień (w razie potrzeby) przy co najwyżej 1. nieobecności.

Kontakt:

- **Email:** mieczyslaw.kuczma@put.poznan.pl
- **Strona internetowa:**
<http://mieczyslaw.kuczma.pracownik.put.poznan.pl>
- **Starosta roku, starości grup:** ???

Konsultacje:

- **pon. 16:45-17:30 & środa 11:00-11:45 pok. 304BL**

Warunki zaliczenia:

- **Kolokwium 03 czerwca br. (poniedz.) godz. 11:45 - 13:15** (215BL); **poprawka** we wrześniu.
- **Uczestnictwo w wykładzie:** podwyższenie oceny o jeden stopień (w razie potrzeby) przy co najwyżej 1. nieobecności.
- **Możliwość zaliczania w j. ang. lub niem.!**

- Brunarski L., Kwieciński M.: *Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności*, Wyd. PW W-wa 1976

Literatura

- Brunarski L., Kwieciński M.: *Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności*, Wyd. PW W-wa 1976
- Gawęcki A.: *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Wyd. PP P-ń 1998

Literatura

- Brunarski L., Kwieciński M.: *Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności*, Wyd. PW W-wa 1976
- Gawęcki A.: *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Wyd. PP P-ń 1998
- Kleiber M., Kowalczyk P.: *Wprowadzenie do nieliniowej termomechaniki ciał odkształcalnych*, IPPT PAN W-wa 2011

Literatura

- Brunarski L., Kwieciński M.: *Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności*, Wyd. PW W-wa 1976
- Gawęcki A.: *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Wyd. PP P-ń 1998
- Kleiber M., Kowalczyk P.: *Wprowadzenie do nieliniowej termomechaniki ciał odkształcalnych*, IPPT PAN W-wa 2011
- Krzyś W., Życzkowski M.: *Sprężystość i plastyczność*, PWN W-wa 1962
- Skrzypek J.: *Plastyczność i pełzanie*, PWN W-wa 1986

Literatura

- Brunarski L., Kwieciński M.: *Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności*, Wyd. PW W-wa 1976
- Gawęcki A.: *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Wyd. PP P-ń 1998
- Kleiber M., Kowalczyk P.: *Wprowadzenie do nieliniowej termomechaniki ciał odkształcalnych*, IPPT PAN W-wa 2011
- Krzyś W., Życzkowski M.: *Sprężystość i plastyczność*, PWN W-wa 1962
- Skrzypek J.: *Plastyczność i pełzanie*, PWN W-wa 1986
- Fung Y. C.: *Podstawy mechaniki ciała stałego*, PWN W-wa 1969

- Brunarski L., Kwieciński M.: *Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności*, Wyd. PW W-wa 1976
- Gawęcki A.: *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Wyd. PP P-ń 1998
- Kleiber M., Kowalczyk P.: *Wprowadzenie do nieliniowej termomechaniki ciał odkształcalnych*, IPPT PAN W-wa 2011
- Krzyś W., Życzkowski M.: *Sprężystość i plastyczność*, PWN W-wa 1962
- Skrzypek J.: *Plastyczność i pełzanie*, PWN W-wa 1986
- Fung Y. C.: *Podstawy mechaniki ciała stałego*, PWN W-wa 1969
- Mang H.A., Hofstetter G.: *Festigkeitslehre*, Springer Vieweg 2018

- Brunarski L., Kwieciński M.: *Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności*, Wyd. PW W-wa 1976
- Gawęcki A.: *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Wyd. PP P-ń 1998
- Kleiber M., Kowalczyk P.: *Wprowadzenie do nieliniowej termomechaniki ciał odkształcalnych*, IPPT PAN W-wa 2011
- Krzyś W., Życzkowski M.: *Sprężystość i plastyczność*, PWN W-wa 1962
- Skrzypek J.: *Plastyczność i pełzanie*, PWN W-wa 1986
- Fung Y. C.: *Podstawy mechaniki ciała stałego*, PWN W-wa 1969
- Mang H.A., Hofstetter G.: *Festigkeitslehre*, Springer Vieweg 2018
- Mase G. E.: *Theory and problems of continuum mechanics*, McGraw-Hill 1970

- Brunarski L., Kwieciński M.: *Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności*, Wyd. PW W-wa 1976
- Gawęcki A.: *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Wyd. PP P-ń 1998
- Kleiber M., Kowalczyk P.: *Wprowadzenie do nieliniowej termomechaniki ciał odkształcalnych*, IPPT PAN W-wa 2011
- Krzyś W., Życzkowski M.: *Sprężystość i plastyczność*, PWN W-wa 1962
- Skrzypek J.: *Plastyczność i pełzanie*, PWN W-wa 1986
- Fung Y. C.: *Podstawy mechaniki ciała stałego*, PWN W-wa 1969
- Mang H.A., Hofstetter G.: *Festigkeitslehre*, Springer Vieweg 2018
- Mase G. E.: *Theory and problems of continuum mechanics*, McGraw-Hill 1970
- Itskov M.: *Tensor Algebra and Tensor Analysis for Engineers. With Applications to Continuum Mechanics*, Springer 2015

- Brunarski L., Kwieciński M.: *Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności*, Wyd. PW W-wa 1976
- Gawęcki A.: *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Wyd. PP P-ń 1998
- Kleiber M., Kowalczyk P.: *Wprowadzenie do nieliniowej termomechaniki ciał odkształcalnych*, IPPT PAN W-wa 2011
- Krzyś W., Życzkowski M.: *Sprężystość i plastyczność*, PWN W-wa 1962
- Skrzypek J.: *Plastyczność i pełzanie*, PWN W-wa 1986
- Fung Y. C.: *Podstawy mechaniki ciała stałego*, PWN W-wa 1969
- Mang H.A., Hofstetter G.: *Festigkeitslehre*, Springer Vieweg 2018
- Mase G. E.: *Theory and problems of continuum mechanics*, McGraw-Hill 1970
- Itskov M.: *Tensor Algebra and Tensor Analysis for Engineers. With Applications to Continuum Mechanics*, Springer 2015
- Kącki E., Siewierski L., *Wybrane działy matematyki wyższej z ćwiczeniami*, PWN W-wa 1979

Literatura

- Brunarski L., Kwieciński M.: *Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności*, Wyd. PW W-wa 1976
- Gawęcki A.: *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Wyd. PP P-ń 1998
- Kleiber M., Kowalczyk P.: *Wprowadzenie do nieliniowej termomechaniki ciał odkształcalnych*, IPPT PAN W-wa 2011
- Krzyś W., Życzkowski M.: *Sprężystość i plastyczność*, PWN W-wa 1962
- Skrzypek J.: *Plastyczność i pełzanie*, PWN W-wa 1986
- Fung Y. C.: *Podstawy mechaniki ciała stałego*, PWN W-wa 1969
- Mang H.A., Hofstetter G.: *Festigkeitslehre*, Springer Vieweg 2018
- Mase G. E.: *Theory and problems of continuum mechanics*, McGraw-Hill 1970
- Itskov M.: *Tensor Algebra and Tensor Analysis for Engineers. With Applications to Continuum Mechanics*, Springer 2015
- Kącki E., Siewierski L., *Wybrane działy matematyki wyższej z ćwiczeniami*, PWN W-wa 1979
- Alma Mater:
www.ikb.poznan.pl/poss/dydaktyka/wyklady/teoria-sprezystosci/

- Brunarski L., Kwieciński M.: *Wstęp do teorii sprężystości i plastyczności*, Wyd. PW W-wa 1976
- Gawęcki A.: *Mechanika materiałów i konstrukcji prętowych*, Wyd. PP P-ń 1998
- Kleiber M., Kowalczyk P.: *Wprowadzenie do nieliniowej termomechaniki ciał odkształcalnych*, IPPT PAN W-wa 2011
- Krzyś W., Życzkowski M.: *Sprężystość i plastyczność*, PWN W-wa 1962
- Skrzypek J.: *Plastyczność i pełzanie*, PWN W-wa 1986
- Fung Y. C.: *Podstawy mechaniki ciała stałego*, PWN W-wa 1969
- Mang H.A., Hofstetter G.: *Festigkeitslehre*, Springer Vieweg 2018
- Mase G. E.: *Theory and problems of continuum mechanics*, McGraw-Hill 1970
- Itskov M.: *Tensor Algebra and Tensor Analysis for Engineers. With Applications to Continuum Mechanics*, Springer 2015
- Kącki E., Siewierski L., *Wybrane działy matematyki wyższej z ćwiczeniami*, PWN W-wa 1979
- Alma Mater:
www.ikb.poznan.pl/poss/dydaktyka/wyklady/teoria-sprezystosci/
- (dowolne opracowanie na tematy omawiane na zajęciach).

Zastosowanie matematyki do mechaniki (TS i TP)

Teoria sprężystości

jest działem mechaniki ośrodków ciągłych. Zajmuje się odkształceniami i ruchem ciał sprężystych, tzn. takich, które po usunięciu oddziaływań zewnętrznych wracają do pierwotnego kształtu. **Deformacje sprężyste są odwracalne.** **FILM** z własnych badań laboratoryjnych.

Zastosowanie matematyki do mechaniki (TS i TP)

Teoria sprężystości

jest działem mechaniki ośrodków ciągłych. Zajmuje się odkształceniami i ruchem ciał sprężystych, tzn. takich, które po usunięciu oddziaływań zewnętrznych wracają do pierwotnego kształtu. **Deformacje sprężyste są odwracalne.** **FILM** z własnych badań laboratoryjnych.

Teoria plastyczności

jest uogólnieniem TS. Bada stany pracy materiału po osiągnięciu granicy plastyczności, w których po usunięciu obciążeń pozostają **trwałe deformacje** zwane **odkształceniami plastycznymi**. Stosowanie zasad TP daje pełniejsze wykorzystanie rezerw wytrzymałościowych tkwiących w konstrukcji. **FILM** z własnych badań laboratoryjnych.

Zastosowanie matematyki do mechaniki (TS i TP)

Teoria sprężystości

jest działem mechaniki ośrodków ciągłych. Zajmuje się odkształceniami i ruchem ciał sprężystych, tzn. takich, które po usunięciu oddziaływań zewnętrznych wracają do pierwotnego kształtu. **Deformacje sprężyste są odwracalne.** **FILM** z własnych badań laboratoryjnych.

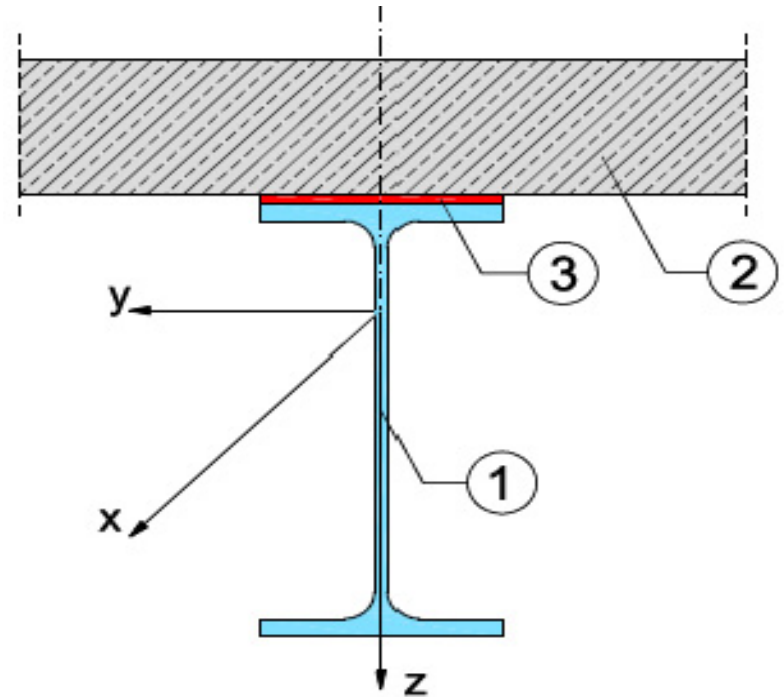
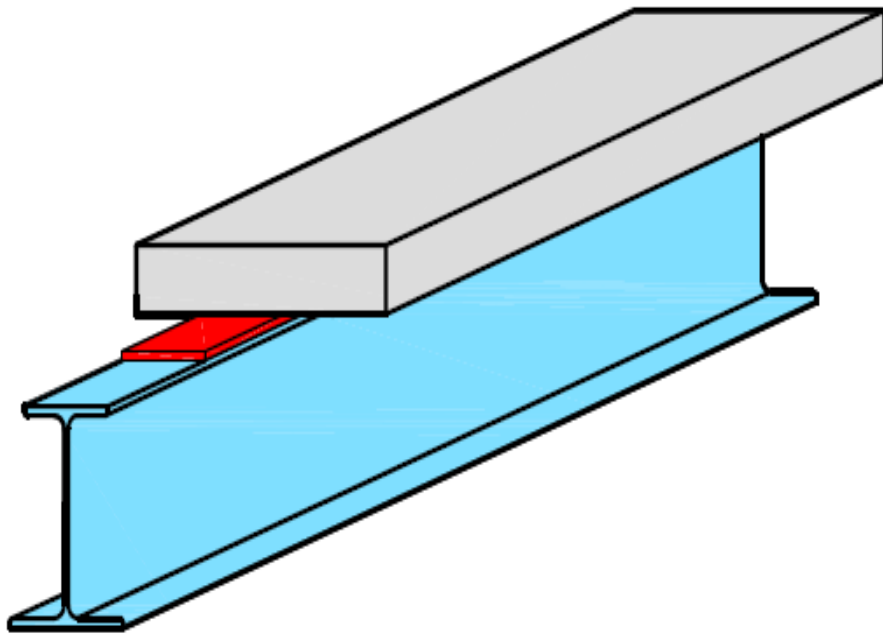
Teoria plastyczności

jest uogólnieniem TS. Bada stany pracy materiału po osiągnięciu granicy plastyczności, w których po usunięciu obciążeń pozostają **trwałe deformacje** zwane **odkształceniami plastycznymi**. Stosowanie zasad TP daje pełniejsze wykorzystanie rezerw wytrzymałościowych tkwiących w konstrukcji. **FILM** z własnych badań laboratoryjnych.

Reologia

jest uogólnieniem TS i TP. Uwzględnia wpływ czasu - pełzanie, relaksację naprężeń, szybkość odkształcania. **Lepkosprężystość.**

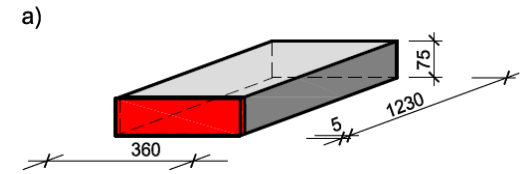
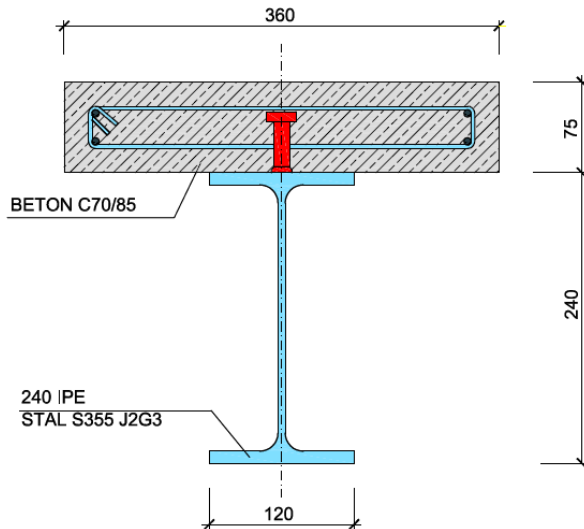
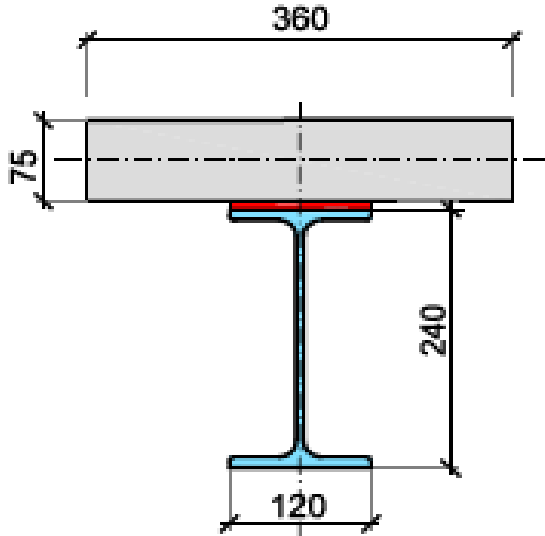
Formulation of the problem



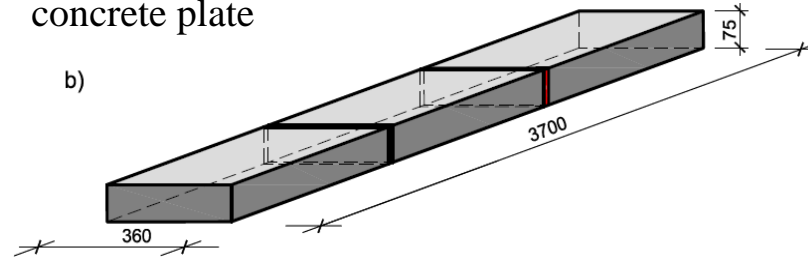
- 1 - steel girder
- 2 - concrete plate (slab)
- 3 - connection layer (interface bond)

Composite T-beam and its cross-section

• Tested beams



pcp = prefabricated concrete plate



B1 – pcp rests freely on steel girder via cylindrical rollers with diameter of 5 mm

B2 – pcp bonded with steel girder by flexible adhesive SikaTack®-Panel, $g_{adh} = 6 \pm 2$ mm

B3 – pcp bonded with steel girder by stiff adhesive Sikadur®-30 Normal, $g_{adh} = 3$ mm

B4 – as beam B3, but $g_{adh} = 5$ mm

B5 – monolithic concrete plate joint with steel girder by steel shear studs 1/2" (13 mm), length 50 mm on circle foot bonded by Sikadur®-30 Normal

B6 – monolithic concrete plate joint with steel girder by steel shear studs 1/2" (13 mm), length 50 mm

Experimental investigations using:

- **Instron 8804** - testing machine
(two frames and two actuators ± 500 kN)
- **Aramis & Pontos** (touchless measurements)
- **Traveller & sensors, tensometers** (wire gauges)



Jednorodność, Izotropowość

Jednorodne/Niejednorodne ciało

Mówimy, że ciało jest jednorodne, jeśli ma takie same właściwości w każdym punkcie. **Właściwości ciała jednorodnego nie zależą od położenia.** W przeciwnym przypadku mówimy, że ciało jest niejednorodne. Ciało, którego właściwości zmieniają się od punktu do punktu nazywamy *niejednorodnym*.

Jednorodne/Niejednorodne ciało

Mówimy, że ciało jest jednorodne, jeśli ma takie same właściwości w każdym punkcie. **Właściwości ciała jednorodnego nie zależą od położenia.** W przeciwnym przypadku mówimy, że ciało jest niejednorodne. Ciało, którego właściwości zmieniają się od punktu do punktu nazywamy *niejednorodnym*.

Izotropowe/Anizotropowe ciało

Mówimy, że ciało (materiał) jest izotropowe, jeśli ma takie same właściwości w dowolnym kierunku. **Właściwości ciała izotropowego nie zależą od kierunku.** W przeciwnym przypadku mówimy, że ciało jest anizotropowe. Ciało (materiał), którego właściwości są zależne od kierunku nazywamy *anizotropowym*.

Skalar

Skalar jest wielkością, którą określa tylko jedna liczba. Np. w danym punkcie ciała, **skalarem jest** temperatura, gęstość.

Skalar

Skalar jest wielkością, którą określa tylko jedna liczba. Np. w danym punkcie ciała, **skalarem jest** temperatura, gęstość.

Wektor

Wektor jest wielkością, którą w fizycznej przestrzeni trójwymiarowej określają trzy wielkości (składowe), np. długość (moduł), kierunek i zwrot, albo uporządkowana trójka liczb. Np. **wektorem jest** siła, prędkość.

Skalar

Skalar jest wielkością, którą określa tylko jedna liczba. Np. w danym punkcie ciała, **skalarem jest** temperatura, gęstość.

Wektor

Wektor jest wielkością, którą w fizycznej przestrzeni trójwymiarowej określają trzy wielkości (składowe), np. długość (moduł), kierunek i zwrot, albo uporządkowana trójka liczb. Np. **wektorem jest** siła, prędkość.

Tensor

Tensor (drugiego rzędu) jest wielkością, która w fizycznej przestrzeni trójwymiarowej jest określona przez $3^2 = 9$ liczb (składowych). Np.: **tensor naprężenia, tensor odkształcenia.**