

## SPIS TREŚCI

## CZĘŚĆ PIERWSZA.

## PODSTAWY MECHANIKI OŚRODKÓW CIĄGLYCH

**1. STAN NAPRĘŻENIA**

- 1.1. SIŁY POWIERZCHNIOWE I OBJĘTOŚCIOWE
- 1.2. WEKTOR NAPRĘŻENIA
- 1.3. STAN NAPRĘŻENIA W PUNKCIE
- 1.4. RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE RÓWNOWAGI. SYMETRIA TENSORA NAPRĘŻENIA
- 1.5. TRANSFORMACJA SKŁADOWYCH STANU NAPRĘŻENIA. DEFINICJA TENSORA
- 1.6. NAPRĘŻENIA GŁÓWNE
- 1.7. ROZKŁAD TENSORA NAPRĘŻENIA NA AKSJATOR I DEWIATOR
- 1.8. PŁASKI STAN NAPRĘŻENIA
- 1.9. PRZYKŁADY

**2. STAN ODKSZTAŁCENIA**

- 2.1. WEKTOR PRZEMIESZCZENIA
- 2.2. TENSOR ODKSZTAŁCENIA. ZWIĄZKI KINEMATYCZNE
- 2.3. RÓWNANIA NIEROZDZIELNOŚCI
- 2.4. WŁASNOŚCI TENSORA ODKSZTAŁCENIA
- 2.5. PŁASKI STAN ODKSZTAŁCENIA
- 2.6. PRZYKŁADY

**3. ZASADA PRACY WIRTUALNEJ****4. PODSTAWOWE REZULTATY BADAŃ DOŚWIADCZANYCH**

- 4.1. PRÓBA ROZCIĄGANIA
- 4.2. ZJAWISKO *BAUSCHINGERA*
- 4.3. HISTEREZA
- 4.4. WPŁYW PRĘDKOŚCI ODKSZTAŁCENIA
- 4.5. PEŁZANIE I RELAKSACJA
- 4.6. WYTRZYMAŁOŚĆ DŁUGOTRWAŁA
- 4.7. WPŁYW CZYNNIKÓW ZEWNĘTRZNYCH
- 4.8. WYTRZYMAŁOŚĆ ZMĘCZENIOWA

**5. RÓWNANIA FIZYCZNE DLA CIAŁ LINIOWO - SPRĘŻYSTYCH**

- 5.1. ZWIĄZKI MIĘDZY ODKSZTAŁCENIAMI I GŁÓWNYMI NAPRĘŻENIAMI
- 5.2. RÓWNANIA FIZYCZNE DLA CIAŁ IZOTROPOWYCH
- 5.3. ZMIANA OBJĘTOŚCI
- 5.4. INNE POSTACIE ZWIĄZKÓW FIZYCZNYCH
- 5.5. IZOTROPIA I ANIZOTROPIA. JEDNORODNOŚĆ I NIEJEDNORODNOŚĆ
- 5.6. ZESTAWIENIE I DYSKUSJA RÓWNAŃ TEORII SPRĘŻYSTOŚCI
- 5.7. PRZYKŁADY

**6. PODSTAWY ENERGETYCZNE**

- 6.1. PRACA SIŁ ZEWNĘTRZNYCH
- 6.2. TWIERDZENIE *CLAPEYRONA*
- 6.3. ENERGIA SPRĘŻYSTA WŁAŚCIWA
- 6.4. ZASADA WZAJEMNOŚCI DLA CIAŁ LINIOWO - SPRĘŻYSTYCH
- 6.5. TWIERDZENIA ENERGETYCZNE DLA CIAŁ SPRĘŻYSTYCH
  - 6.5.1. Zasada minimum energii potencjalnej
  - 6.5.2. Zasada minimum energii dopełniającej

**7. HIPOTEZY WYTRZYMAŁOŚCIOWE**

- 7.1. UWAGI WSTĘPNE
- 7.2. HIPOTEZY WYTRZYMAŁOŚCIOWE DLA MATERIAŁÓW CIĄGLIWYCH
  - 7.2.1. Warunek plastyczności *Hubera-Misesa-Hencky'ego*
  - 7.2.2. Warunek plastyczności *Treski - Guesta*
  - 7.2.3. Porównanie warunków plastyczności *HMH i TG*
  - 7.2.4. Dalsze uwagi i uogólnienia
- 7.3. HIPOTEZY WYTRZYMAŁOŚCIOWE DLA MATERIAŁÓW PLASTYCZNO - KRUCHYCH
  - 7.3.1. Hipoteza ekstremalnych naprężeń głównych
  - 7.3.2. Hipoteza największego odkształcenia głównego
  - 7.3.3. Hipotezy wywodzące się z warunku *O.Mohra*
- 7.4. HIPOTEZA BURZYŃSKIEGO
- 7.5. WSPÓŁCZYNNIK BEZPIECZEŃSTWA
- 7.6. PRZYKŁADY

**PODSUMOWANIE PIERWSZEJ CZĘŚCI**

## CZĘŚĆ DRUGA.

## MECHANIKA ELEMENTÓW PRĘTOWYCH

**8. WIADOMOŚCI WSTĘPNE**

- 8.1. KLASYFIKACJA ZASADNICZYCH ELEMENTÓW KONSTRUKCJI
- 8.2. ZASADA DE SAINT VENANTA
- 8.3. SIŁY WEWNĘTRZNE
- 8.4. ZAKRES OBLICZEŃ KONSTRUKCJI

**9. DZIAŁANIE SIŁY NORMALNEJ**

- 9.1. ZALEŻNOŚCI PODSTAWOWE
- 9.2. NAGŁE ZMIANY PRZEKROJU. KONCENTRACJA NAPRĘŻEŃ

**10. DZIAŁANIE MOMENTU ZGINAJĄCEGO**

- 10.1. ZALEŻNOŚCI PODSTAWOWE
  - 10.1.1. Kinematyka. Hipoteza płaskich przekrojów
  - 10.1.2. Obliczanie naprężeń w prętach liniowo-sprężystych
  - 10.1.3. Obliczanie odkształceń w prętach liniowo-sprężystych
  - 10.1.4. Wyznaczanie przemieszczeń pręta liniowo-sprężystego. Równanie różniczkowe linii ugięcia
  - 10.1.5. Zakres stosowania wyprowadzonych wzorów
  - 10.1.6. Zależności energetyczne
- 10.2. METODY WYZNACZANIA LINII UGIĘCIA I ZASTOSOWANIA RÓWNANIA RÓŻNICZKOWEGO LINII UGIĘCIA
  - 10.2.1. Postacie równania różniczkowego linii ugięcia. Warunki brzegowe
  - 10.2.2. Całkowanie równania II rzędu
  - 10.2.3. Metoda obciążenia krzywiznami
  - 10.2.4. Obliczanie belek statycznie niewyznaczalnych. Belki na podłożu sprężystym

**11. DZIAŁANIE SIŁY POPRZECZNEJ**

- 11.1. ZALEŻNOŚCI PODSTAWOWE
  - 11.1.1. Obliczanie naprężeń
  - 11.1.2. Obliczanie odkształceń
  - 11.1.3. Obliczanie przemieszczeń
  - 11.1.4. Zależności energetyczne
- 11.2. ŚCINANIE W BELKACH ZŁOŻONYCH
- 11.3. STAN NAPRĘŻENIA W BELKACH OBCIĄŻONYCH POPRZECZNIE
- 11.4. NAPRĘŻENIA GŁÓWNE W BELKACH
- 11.5. ŚRODEK ŚCINANIA

**12. DZIAŁANIE MOMENTU SKRĘCAJĄCEGO**

- 12.1. ZALEŻNOŚCI PODSTAWOWE
  - 12.1.1. Podstawy teorii skręcania swobodnego prętów sprężystych
  - 12.1.2. Skręcanie pręta o przekroju eliptycznym
  - 12.1.3. Skręcanie prętów o przekrojach kołowych i pierścieniowych
  - 12.1.4. Skręcanie pręta o przekroju w kształcie trójkąta równobocznego
  - 12.1.5. Obliczanie naprężeń i kąta skręcania dla prętów o dowolnym przekroju. Przekrój prostokątny
  - 12.1.6. Uwagi o skręcaniu nieswobodnym
  - 12.1.7. Zależności energetyczne przy skręcaniu swobodnym
- 12.2. ANALOGIA BŁONOWA I ANALOGIA HYDRODYNAMICZNA
- 12.3. SKRĘCANIE SWOBODNE PRĘTÓW CIENKOŚCIENNYCH
  - 12.3.1. Profile zamknięte
  - 12.3.2. Profile otwarte
  - 12.3.3. Porównanie skręcania swobodnego prętów cienkościennych zamkniętych i otwartych

**13. WYBRANE PROBLEMY ZŁOŻONEGO STANU NAPRĘŻENIA**

- 13.1. JEDNOCZESNE DZIAŁANIE SIŁY NORMALNEJ I MOMENTU ZGINAJĄCEGO
  - 13.1.1. Obliczanie naprężeń. Oś obojętna
  - 13.1.2. Rdzeń przekroju
  - 13.1.3. Warunek projektowania. Obszar dopuszczalny
- 13.2. PODSTAWY TEORII PRĘTÓW CIENKOŚCIENNYCH W.Z.WŁASOWA
  - 13.2.1. Wprowadzenie
  - 13.2.2. Zależności kinematyczne
  - 13.2.3. Naprężenia normalne. Bimoment
  - 13.2.4. Główne współrzędne wycinkowe
  - 13.2.5. Naprężenia styczne. Moment giętno-skrętny
  - 13.2.6. Równania różniczkowe funkcji bimomentu i funkcji kąta skręcania. Warunki brzegowe
  - 13.2.7. Zależności energetyczne
  - 13.2.8. Przykłady
- 13.3. PRĘTY SILNIE ZAKRZYWIONE
  - 13.3.1. Zależności kinematyczne
  - 13.3.2. Wyznaczanie naprężeń
  - 13.3.3. Zależności energetyczne
  - 13.3.4. Przykład

**PODSUMOWANIE DRUGIEJ CZĘŚCI**

## CZĘŚĆ TRZECIA.

## PODSTAWY MECHANIKI SPRĘŻYSTYCH KONSTRUKCJI PRĘTOWYCH

**14. WIADOMOŚCI OGÓLNE**

- 14.1. WARUNKI RÓWNOWAGI UKŁADU SIŁ
- 14.2. PODPORY PRĘTÓW
- 14.3. CZYNNIKI ZEWNĘTRZNE POWODUJĄCE DEFORMACJĘ KONSTRUKCJI. OBCIĄŻENIA
- 14.4. DEFINICJE SIŁ WEWNĘTRZNYCH W PRĘTACH
- 14.5. KLASYFIKACJA UKŁADÓW PRĘTOWYCH
- 14.6. OBLICZANIE SIŁ WEWNĘTRZNYCH. ZASADA ZESZTYWNIENIA
- 14.7. KONSTRUKCJE STATYCZNE WYZNACZALNE I STATYCZNIE NIWYZNACZALNE
- 14.8. RÓWNANIA PRACY WIRTUALNEJ DLA KONSTRUKCJI PRĘTOWYCH
- 14.9. TWIERDZENIA ENERGETYCZNE DLA PRĘTÓW SPRĘŻYSTYCH
  - 14.9.1. Twierdzenie *Clapeyrona*
  - 14.9.2. Twierdzenie o minimum energii potencjalnej
  - 14.9.3. Twierdzenie o minimum energii dopełniającej. Zasada *Castigliano*
- 14.10. O KINEMATYCE I STATYCE UKŁADÓW CIAŁ IDEALNIE SZTYWNYCH
  - 14.10.1. Małe przemieszczenia tarczy sztywnej
  - 14.10.2. Warunek geometrycznej niezmienności i kinematyka układu tarcz sztywnych
  - 14.10.3. Warunek statycznej wyznaczalności i równowaga układu tarcz sztywnych
- 14.11. RÓWNANIA RÓŻNICZKOWE RÓWNOWAGI PRĘTÓW
  - 14.11.1. Pręty o osi prostoliniowej
  - 14.11.2. Pręty o osi zakrzywionej

**15. KONSTRUKCJE STATYCZNIE WYZNACZALNE**

- 15.1. WARUNEK KONIECZNY STATYCZNEJ WYZNACZALNOŚCI PŁASKICH KONSTRUKCJI PRĘTOWYCH
- 15.2. OBLICZANIE SIŁ WEWNĘTRZNYCH
  - 15.2.1. Przykłady zastosowania metody statycznej
  - 15.2.2. Przykłady zastosowania metody kinematycznej. Linie wpływu wielkości statycznych
- 15.3. OBLICZANIE PRZEMIESZCZEŃ KONSTRUKCJI LINIOWO-SPRĘŻYSTYCH
  - 15.3.1. Wiadomości ogólne
  - 15.3.2. Przykłady zastosowania równania pracy wirtualnej do wyznaczania przemieszczeń

**16. KONSTRUKCJE STATYCZNIE NIWYZNACZALNE**

- 16.1. METODA SIŁ
  - 16.1.1. Obliczanie sił wewnętrznych
  - 16.1.2. Ogólne sformułowanie metody sił dla konstrukcji prętowych
  - 16.1.3. Obliczanie przemieszczeń konstrukcji liniowo-sprężystych. Kontrola kinematyczna
- 16.2. METODA PRZEMIESZCZEŃ
  - 16.2.1. Ogólny opis metody
  - 16.2.2. Globalne i lokalne układy współrzędnych
  - 16.2.3. Zależności między reakcjami prętów i przemieszczeniami węzłów. Macierz sztywności pręta w układzie lokalnym
  - 16.2.4. Macierz sztywności pręta w układzie globalnym
  - 16.2.5. Uwagi o obliczaniu kratownic
  - 16.2.6. Przybliżona metoda obliczania ram
  - 16.2.7. Kanoniczna postać równań metody przemieszczeń
  - 16.2.8. Kanoniczna postać równań metody przemieszczeń
  - 16.2.9. Przykład liczbowy
    - 16.2.9.1. Metoda ścisła
    - 16.2.9.2. Metoda przybliżona
- 16.3. O ZASTOSOWANIACH TWIERDZENIA *BETTIEGO* W TEORII UKŁADÓW STATYCZNIE NIWYZNACZALNYCH
  - 16.3.1. Twierdzenie o wzajemności reakcji
  - 16.3.2. Linie wpływu wielkości statycznych w układach statycznie niewyznaczalnych

**PODSUMOWANIE TRZECIEJ CZĘŚCI**

## CZĘŚĆ CZWARTA

## WYBRANE PROBLEMY NIELINIOWE I NIESPRĘŻYSTE

**17. NIELINIOWE ZACHOWANIE SIĘ KONSTRUKCJI WYKONANYCH Z MATERIAŁU LINIOWO-SPRĘŻYSTEGO**

- 17.1. RAMA Z LUZAMI KĄTOWYMI NA PODPORACH
- 17.2. KRATOWNICA MISESA
  - 17.2.1. Zadanie kinematycznie liniowe
  - 17.2.2. Zadanie kinematycznie nieliniowe
  - 17.2.3. Przykład liczbowy
- 17.3. CIĘGNO OBCIĄŻONE SIŁĄ SKUPIONĄ

**18. PRĘTY WYKONANE Z MATERIAŁU FIZYCZNIE NIELINIOWEGO**

- 18.1. MATERIAŁ NIELINIOWO-SPRĘŻYSTY
- 18.2. MATERIAŁ SPRĘŻYSTO - PLASTYCZNY
  - 18.2.1. Działanie siły normalnej
  - 18.2.2. Zginanie
  - 18.2.3. Zginanie ze ścinaniem
  - 18.2.4. Skręcanie
- 18.3. PODSTAWY TEORII KONSTRUKCJI PLASTYCZNYCH.  
NOŚNOŚĆ GRANICZNA KONSTRUKCJI
  - 18.3.1. Podstawy teorii plastyczności
  - 18.3.2. Podstawowe zależności teorii plastycznych konstrukcji prętowych
  - 18.3.3. Dwa podstawowe twierdzenia nośności granicznej konstrukcji
  - 18.3.4. Warunki plastyczności wyrażone przez naprężenia uogólnione
  - 18.3.5. Przeguby plastyczne. Obliczanie obciążenia granicznego
  - 18.3.6. Wyznaczanie nośności granicznej metodą superpozycji mechanizmów podstawowych
  - 18.3.7. Ogólna metoda obliczania nośności granicznej ram płaskich
- 18.4. O PRZYSTOSOWANIU KONSTRUKCJI SPRĘŻYSTO - PLASTYCZNYCH
  - 18.4.1. Istota problemu
  - 18.4.2. Przystosowanie belek i ram
  - 18.4.3. Przykład
- 18.5. MATERIAŁY O WŁASNOŚCIACH REOLOGICZNYCH
  - 18.5.1. Wprowadzenie
  - 18.5.2. Elementarne modele reologiczne
  - 18.5.3. Liniowe materiały lepkosprężyste
  - 18.5.4. Materiały sprężysto - plastyczne
  - 18.5.5. Materiały sprężystolepkoplastyczne

**19. PROBLEMY STATECZNOŚCI**

- 19.1. WIADOMOŚCI WSTĘPNE
  - 19.1.1. Bifurkacja stanu równowagi
  - 19.1.2. Zagadnienie Eulera
  - 19.1.3. Uwzględnienie dużych przemieszczeń
  - 19.1.4. Wpływ sił poprzecznych i skrócenia osi pręta
  - 19.1.5. Wpływ imperfekcji
  - 19.1.6. Wpływ obciążeń poprzecznych
  - 19.1.7. Rozciąganie mimośrodowe
  - 19.1.8. Definicja stateczności. Punkty graniczne i punkty bifurkacji
- 19.2. PODEJŚCIE ENERGETYCZNE
  - 19.2.1. Uwagi wstępne
  - 19.2.2. Matematyczna interpretacja zasady minimum energii potencjalnej
- 19.3. STANY POKRYTYCZNE
  - 19.3.1. Wiadomości ogólne
  - 19.3.2. Klasyfikacja punktów bifurkacji
  - 19.3.3. Wpływ imperfekcji
- 19.4. WYZNACZANIE OBCIĄŻEŃ KRYTYCZNYCH I FORM UTRATY STATECZNOŚCI W PRĘTACH PROSTYCH
  - 19.4.1. Wyboczenie giętne przy ściskaniu
  - 19.4.2. Przestrzenna utrata stateczności prętów prostych
    - 19.4.2.1. Kinematyka i równania różniczkowe stateczności
    - 19.4.2.2. Utrata płaskiej postaci zginania (zwichrzenie)
    - 19.4.2.3. Wyboczenie skrętne i wyboczenie giętno-skrętne
    - 19.4.2.4. Wyboczenie śrubowe przy skręcaniu
  - 19.4.3. Stateczność przy obciążeniach złożonych
    - 19.4.3.1. Ściskanie ze zginaniem
    - 19.4.3.2. Ściskanie ze skręcaniem
    - 19.4.3.3. Wzór *Dunkerleya*
  - 19.4.4. Uwagi o lokalnej (miejscowej) utracie stateczności prętów cienkościennych

**PODSUMOWANIE CZWARTEJ CZĘŚCI****DODATEK****20. O PROJEKTOWANIU KONSTRUKCJI**

- 20.1. WIADOMOŚCI OGÓLNE
- 20.2. WARUNKI WYTRZYMAŁOŚCIOWE
  - 20.2.1. Ograniczenie naprężeń w punkcie
  - 20.2.2. Ograniczenie sił wewnętrznych na poziomie przekroju
  - 20.2.3. Ograniczenie obciążeń konstrukcji
- 20.3. WARUNKI SZTYWNOŚCIOWE
- 20.4. WYMIAROWANIE
- 20.5. PRZEGLĄD METOD SPRAWDZANIA BEZPIECZEŃSTWA KONSTRUKCJI
  - 20.5.1. Metoda naprężeń dopuszczalnych
  - 20.5.2. Metoda naprężeń granicznych
  - 20.5.3. Metoda odkształceń plastycznych
  - 20.5.4. Metoda nośności granicznej
  - 20.5.5. Metoda stanów granicznych

**21. WYBRANE WIADOMOŚCI Z MATEMATYKI**

- 21.1. ZAPIS WSKAŹNIKOWY I WZÓR GREENA-OSTROGRADSKIEGO-GAUSSA
- 21.2. O WEKTORACH WŁASNYCH I WARTOŚCIACH WŁASNYCH TENSORA SYMETRYCZNEGO
- 21.3. FUNKCJA HEAVISIDE'A I FUNKCJA DIRACA
- 21.4. CAŁKOWANIE RÓWNIANIA RÓŻNICZKOWEGO LINII UGIĘCIA METODĄ A.CLEBSCHA
- 21.5. CAŁKOWANIE GRAFICZNE
- 21.6. METODA RÓŻNIC SKOŃCZONYCH
- 21.7. METODA NEWTONA-RAPHSONA

**22. PARAMETRY GEOMETRYCZNE FIGUR PŁASKICH**

- 22.1. DEFINICJE
- 22.2. OSIE ŚRODKOWE, ŚRODEK CIĘŻKOŚCI
- 22.3. MOMENTY BEZWŁADNOŚCI PRZY PRZESUNIĘCIU I OBRODZIE UKŁADU OSI WSPÓŁRZĘDNYCH. KIERUNKI I WARTOŚCI GŁÓWNE
- 22.4. PARAMETRY GEOMETRYCZNE PRZEKROJU JAKO WIELKOŚCI TENSOROWE
- 22.5. WSKAZÓWKI PRAKTYCZNE
- 22.6. PRZYKŁAD LICZBOWY